

## Fiche de TD n°11

### Avertissement

Cette fiche de TD est là pour vous auto-évaluer. Elle contient des exercices que vous devez savoir aborder seul.

### Exercice 1 (donné à l'examen 2009/2010)

Soit  $U$  une v.a. uniforme sur  $[0,1]$ . On pose  $X = -2 * \log(U)$  (ici  $\log$  désigne le logarithme népérien).

1. Dessiner la courbe donnant la fonction de répartition de  $U$ , puis déterminer la fonction de répartition de  $X$ .
2. Déterminer la loi de la v.a.  $X$ .
3. Donner deux formules différentes permettant de calculer l'espérance, notée  $m$ , de  $X = -2 * \log(U)$ . Déterminer ensuite  $m$ .

### Exercice 2

On note  $\pi$  la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite  $\mathcal{N}(0,1)$ . Soit  $X$  une v.a. de loi normale  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , avec  $\mu = 5$  et  $\sigma = 1.5$ .

1. Comment transformer  $X$  en une v.a. de loi normale centrée réduite ?
2. Exprimer la probabilité  $P(X \leq 9.5)$  en fonction de  $\pi$ .
3. Déterminer la valeur  $q$  telle  $P(|X - m| \leq q) = 0.95$  (on l'exprimera dans un premier temps à l'aide de  $\pi$ ).

### Exercice 3

Soient  $X$  et  $Y$  deux v.a. indépendantes de loi de Poisson de paramètres respectifs  $\lambda$  et  $\mu$ .

1. Combien valent  $E(X)$  et  $Var(X)$  en fonction de  $\lambda$  ?
2. Combien vaut  $cov(X, X + Y)$  ? Et  $Var(X + Y)$  ?
3. On fixe  $n \in \mathbb{N}$ . En décomposant l'évènement  $\{X + Y = n\}$ , montrer que  $X + Y$  est de loi de Poisson  $\mathcal{P}(\lambda + \mu)$ . Retrouver l'expression  $Var(X + Y)$  trouvée à la question précédente.
4. Question facultative : retrouver le résultat précédent en utilisant les fonctions caractéristiques.