

Fiche de TD n° 13

Tests statistiques

1° - Réglage d'une balance

Lorsque l'on pèse un objet avec une balance, la masse mesurée M_{mes} est lié à la masse réelle M par la relation :

$$M_{mes} = M + \epsilon$$

L'erreur de mesure ϵ est supposée être une variable aléatoire de loi normale $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$. La quantité m représente le biais systématique de la mesure alors que σ représente la précision de la mesure.

On vous confie une balance pour laquelle σ est connu, égal à 1,3 g. On vous demande de vérifier si cette balance est juste, c'est-à-dire si m est nul. Pour cela, vous pesez 13 objets dont vous connaissez la masse exacte et obtenez ainsi 13 erreurs de mesure $\epsilon_1, \dots, \epsilon_{13}$. Leur moyenne vaut 0,45 g.

1. Expliquer comment vous allez réaliser un test, et expliciter l'hypothèse H_0 .
2. Réaliser le test au niveau 5%, puis au niveau 1%. La balance est-elle juste ?

2° - Tricherie ?

On jette une pièce de monnaie 26 fois de suite. On obtient 19 fois pile. Vous pensez que la pièce n'est pas équilibrée, mais vous ne voulez pas accuser son propriétaire à tort. Pour en avoir le coeur net, vous mettez en oeuvre un test statistique.

1. Vous ne savez pas a priori de quel côté la pièce tombe le plus souvent. Quelle est l'hypothèse H_0 ? L'hypothèse H_1 ? Justifier en indiquant le risque que l'on cherche à contrôler. Donner la statistique du test. Forme de la région critique ? Déterminer la région critique associée au niveau 5%. La pièce est-elle équilibrée ?
2. Calculer la p-valeur. Retrouver le résultat précédent. Quelle décision prendrait-on si l'on acceptait seulement 3% de risque d'erreur ? 1% ?
3. Reprendre les questions précédentes en sachant cette fois que la pièce semble tomber plus souvent du côté pile.