

## Fiche de TD n° 13

### Tests statistiques

#### 1° - Réglage d'une balance

Lorsque l'on pèse un objet avec une balance, la masse mesurée  $M_{mes}$  est lié à la masse réelle  $M$  par la relation :

$$M_{mes} = M + \epsilon$$

L'erreur de mesure  $\epsilon$  est supposée être une variable aléatoire de loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ . La quantité  $m$  représente le biais systématique de la mesure alors que  $\sigma$  représente la précision de la mesure.

On vous confie une balance pour laquelle  $\sigma$  est connu, égal à 1,3 g. On vous demande de vérifier si cette balance est juste, c'est-à-dire si  $m$  est nul. Pour cela, vous pesez 13 objets dont vous connaissez la masse exacte et obtenez ainsi 13 erreurs de mesure  $\epsilon_1, \dots, \epsilon_{13}$ . Leur moyenne vaut 0,45 g.

1. Expliquer comment vous allez réaliser un test, et expliciter l'hypothèse  $H_0$ .
2. Réaliser le test au niveau 5%, puis au niveau 1%. La balance est-elle juste ?

#### 2° - Tricherie ?

On jette une pièce de monnaie 26 fois de suite. On obtient 19 fois pile. Vous pensez que la pièce n'est pas équilibrée, mais vous ne voulez pas accuser son propriétaire à tort. Pour en avoir le coeur net, vous mettez en oeuvre un test statistique.

1. Vous ne savez pas a priori de quel côté la pièce tombe le plus souvent. Quelle est l'hypothèse  $H_0$  ? L'hypothèse  $H_1$  ? Justifier en indiquant le risque que l'on cherche à contrôler. Donner la statistique du test. Forme de la région critique ? Déterminer la région critique associée au niveau 5%. La pièce est-elle équilibrée ?
2. Calculer la p-valeur. Retrouver le résultat précédent. Quelle décision prendrait-on si l'on acceptait seulement 3% de risque d'erreur ? 1% ?
3. Reprendre les questions précédentes en sachant cette fois que la pièce semble tomber plus souvent du côté pile.