

## Fiche de TD n°14

### Avertissement

Cette fiche de TD ressemble dans ses objectifs à la fiche n°11. Elle contient des exercices que vous devez savoir aborder seul.

### Exercice 1

Soient  $U$  et  $V$  deux v.a.i. uniformes sur  $[0,1]$ . On pose  $X = U$  si  $V \leq 0.5$  et  $X = \sqrt{U}$  si  $V > 0.5$ .

1. Retrouver rapidement la loi de la v.a.  $\sqrt{U}$ .
2. Déterminer la loi de la v.a.  $X$ .
3. Calculer  $E(X)$ .

### Exercice 2

Soient  $1 \leq m < n$  et soient  $X_1, \dots, X_n$  n v.a.i. d'espérance  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$ . On note  $S_k = \sum_{i=1}^k X_i$ , pour  $1 \leq k \leq n$ .

1. Combien vaut  $E(S_k)$ ?  $Var(S_k)$ ?
2. Exprimer  $S_n - S_m$  comme somme de v.a.i. Quelle est son espérance? Sa variance?
3. Combien vaut  $Cov(S_m, S_n)$ ?

### Exercice 3

Soient  $X$  et  $Y$  deux v.a. indépendantes de loi exponentielle de paramètres respectifs  $\lambda$  et  $\mu$ .

1. Combien valent  $E(X)$  et  $Var(X)$  en fonction de  $\lambda$ ?
2. Déterminer la fonction de répartition de la v.a.  $U = \text{Max}(X, Y)$ , puis la loi de  $U$ .
3. Faire de même avec la v.a.  $L = \text{Min}(X, Y)$ . Reconnaître la loi de  $L$ .
4. Calculer  $E(L)$  de deux manières différentes.