

Fiche de TD n° 2

Propagation d'incertitudes

Le but du TD est de voir comment se propage l'incertitude d'une variable U , mal connue, au travers de systèmes. On considérera ici, pour d'évidentes raisons pédagogiques, les deux systèmes suivants caractérisés par leur simplicité : $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto \min(x, \frac{1}{2})$

1° - Introduction des probabilités

La seule information dont on dispose sur U est son domaine de variation : $[-1,1]$. Pour traduire notre ignorance, on décide de considérer que U est une variable aléatoire.

- Quelle loi de probabilité peut-on alors proposer pour U ? Donner la densité et la fonction de répartition de U .

2° - Propagation de l'incertitude à travers $x \mapsto x^2$

- Sans calcul. Représenter l'allure de la loi de probabilité de $Y_1 = U^2$.
- Calculer la fonction de répartition de Y_1 , notée F_{Y_1} .
- Y_1 admet-elle une densité de probabilité? Le cas échéant, la calculer.

3° - Propagation de l'incertitude à travers $x \mapsto \min(x, \frac{1}{2})$

- Sans calcul. Que dire de la loi de probabilité de $Y_2 = \min(U, 1/2)$? Représenter l'allure de la fonction de répartition de Z .
- Vérifier par le calcul.
- Y_2 admet-elle une densité de probabilité? Le cas échéant, la calculer.

4° - Exploitation des résultats

Des contraintes de sécurité amènent fréquemment à se demander avec quelle probabilité la sortie d'un système dépasse un seuil fixé à l'avance, où inversement, à déterminer le seuil pour lequel la probabilité de dépassement est faible. Pour chaque système :

- Quelle est la probabilité que la sortie dépasse 0.4?
- Donner le seuil s pour lequel la probabilité de dépassement $P(Y_i > s)$ est égale à 0.05.