

## Fiche de TD n° 7

### Variables aléatoires - espérance

#### 1° - Loi binomiale

1. Déterminer l'espérance d'une v.a. de Bernoulli  $\mathcal{B}(p)$ .
2. Calculer l'espérance d'une v.a. de loi binomiale  $\mathcal{B}(n,p)$ .
3. Retrouver le calcul précédent en remarquant qu'une v.a. binomiale est somme de v.a.i. de Bernoulli.
4. Soient X et Y deux v.a.i. de lois respectives  $\mathcal{B}(m,p)$  et  $\mathcal{B}(n,p)$ . Quelle est la loi de X+Y ?

#### 2° - Spams et filtres

On observe un serveur de messagerie pendant une journée et on note N le nombre de spams reçus. On suppose que N suit une loi de Poisson  $\mathcal{P}(\lambda)$  :

$$P(N = n) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!}, \forall n \geq 0$$

Le filtre à spams a une probabilité p de détecter un spam.

1. En faisant intervenir la nature (spam ou non spam) de chaque mail reçu, donnez un modèle probabiliste précisant le nombre S de spams détectés.
2. On suppose que N=n est fixé. Quelle est la loi de S? Quelle est son espérance ?
3. Quelle est la loi du nombre de spams ?
4. On suppose que l'on détecte S=s spams au cours de la journée. Quelle est la loi du nombre de messages reçus ? Quelle est son espérance ?