

## Fiche de TD n° 2

### Propagation d'incertitudes

Le but du TD est de voir comment se propage l'incertitude d'une variable  $U$ , mal connue, au travers de systèmes. On considérera ici, pour d'évidentes raisons pédagogiques, les deux systèmes suivants caractérisés par leur simplicité :  $x \mapsto x^3$  et  $x \mapsto \min(x, \frac{1}{2})$

#### 1° - Introduction des probabilités

La seule information dont on dispose sur  $U$  est son domaine de variation :  $[-1,1]$ . Pour traduire notre ignorance, on décide de considérer que  $U$  est une variable aléatoire.

- Quelle loi de probabilité peut-on alors proposer pour  $U$ ? Donner la densité et la fonction de répartition de  $U$ .

#### 2° - Propagation de l'incertitude à travers $x \mapsto x^3$

- Sans calcul. Représenter l'allure de la loi de probabilité de  $Y_1 = U^3$ .
- Calculer la fonction de répartition de  $Y_1$ , notée  $F_{Y_1}$ .
- $Y_1$  admet-elle une densité de probabilité? Le cas échéant, la calculer.

#### 3° - Propagation de l'incertitude à travers $x \mapsto \min(x, \frac{1}{2})$

- Sans calcul. Que dire de la loi de probabilité de  $Y_2 = \min(U, 1/2)$ ? Représenter l'allure de la fonction de répartition de  $Z$ .
- Vérifier par le calcul.
- $Y_2$  admet-elle une densité de probabilité? Le cas échéant, la calculer.

#### 4° - Exploitation des résultats

Des contraintes de sécurité amènent fréquemment à se demander avec quelle probabilité la sortie d'un système dépasse un seuil fixé à l'avance, où inversement, quel est le seuil pour lequel la probabilité de dépassement est faible.

Pour chaque système :

- Quelle est la probabilité que la sortie dépasse 0.4?
- Donner le seuil  $s$  pour lequel la probabilité de dépassement  $P(Y_i > s)$  est égale à 0.05.