

## Fiche de TD n° 8

### Vecteurs aléatoires

#### 1° - Contrôles routiers

Vous circulez sur une route nationale, limitée à 90 km/h, et vous passez devant un radar automatique. On suppose que votre vitesse à cet instant, notée  $V$ , suit une loi uniforme entre 85 et 100. L'erreur de mesure, notée  $M$ , est supposée suivre une loi exponentielle  $\mathcal{E}(\lambda)$  d'espérance 5 km/h.

1. Déterminer la probabilité que vous soyez en infraction, ainsi que le paramètre  $\lambda$ .
2. Déterminer la probabilité que vous soyez accusé à tort d'être en infraction (on pourra représenter graphiquement la partie  $\{(v, m), v + m > a \text{ et } v \leq b\}$  pour  $a$  et  $b$  bien choisis).

**2° - Spams et filtres** On observe un serveur de messagerie pendant une journée et on note  $N$  le nombre de spams reçus. On suppose que  $N$  suit une loi de Poisson  $\mathcal{P}(\lambda)$  :

$$P(N = n) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!}, \forall n \geq 0$$

Le filtre à spams a une probabilité  $p$  de détecter un spam.

1. On suppose que  $N=n$  est fixé. Quelle est la loi du nombre  $S$  de spams détectés? Quelle est son espérance? Sa variance?
2. Quelle est la loi du nombre de spams?
3. On suppose que l'on détecte  $S=s$  spams au cours de la journée. Quelle est la loi du nombre de messages reçus? Quelle est son espérance?